

EJEMPLOS SENCILLOS DE MODELACIÓN DE LA CALIDAD DEL AGUA CON EL PROGRAMA RREA

Versión 3.0 Fecha enero 2021

Javier Paredes Arquiola
Grupo de Ingeniería de Recursos Hídricos
Instituto de Ingeniería del Agua y Medio Ambiente
Universidad Politécnica de Valencia

INTRODUCCIÓN

Este documento recoge el desarrollo numérico de varios ejemplos sencillos de modelación de calidad de aguas elaborados con la herramienta RREA. Este documento acompaña a los ejemplos resueltos que se pueden descargar en la página web del programa.

El modelo RREA está pensado para la aplicación a escalas muy grandes, a nivel de demarcación hidrográfica con cientos de masas de agua modeladas a la vez. Sin embargo, como el objetivo de estos ejemplos es clarificar los cálculos del programa en ellos se realizan modelos muy sencillos.

EJEMPLO 1. UNA ÚNICA SUBCUENCA

Mediante este primer caso se pretende explicar cómo funciona el modelo en la unidad más simple, una única masa de agua. Se considera un único contaminante. Los datos utilizados para la creación de este ejemplo se resumen en la siguiente tabla.

Código de la masa	APO mensual (Hm ³ /mes)	Longitud de la Masa (km)	Carga entrada (Kg/mes)	K degr (d ⁻¹)
A	10	7.5	38125	0.2

Tabla 1. Datos del ejemplo 1.

Las aportaciones (hm³/mes). En este ejemplo solo se va a calcular un mes por lo que solo es necesario un dato de aportación. Esta aportación se corresponde a la que se generaría en la cuenca de la masa de agua.

Carga mensual de entrada del contaminante modelado total (Kg/mes). Esta carga de contaminación puede provenir de fuentes de contaminación difusa o puntual. Como ejemplo ilustrativo de cálculo de una fuente puntual si se asume un contaminante con una carga nominal de 10 g/hab*d y si la masa de agua modelada se ve afectada por un único vertido de 125000 habitantes equivalentes la carga se calcularía de la siguiente forma (asumiendo que no hay reducciones por tratamiento u otros factores):

$$10 \text{ gr/hab.d} * 125000 \text{ hab} = 1000 \text{ gr/d} \rightarrow * \frac{30.5 \text{ días}}{1000 \text{ Kg}} \rightarrow \mathbf{38125 \text{ kg/mes}}$$

Constante de degradación del contaminante. La constante de degradación dependerá de la masa de agua, así como del origen de la contaminación. En este ejemplo se ha considerado una constante de degradación de 0.2 d⁻¹. Como se está modelando una masa de agua de tipo río internamente el modelo realiza el cambio de unidades a Km⁻¹, para ello, se considera una velocidad del agua media de 0.3 m/s, o lo que es lo mismo 25.92 Km/d.

$$k \text{ (km}^{-1}\text{)} = \frac{0.2 \text{ d}^{-1}}{25.92 \frac{\text{Km}}{\text{d}}} \rightarrow \mathbf{0.00772 \text{ km}^{-1}}$$

En la siguiente figura se puede ver un esquema del cálculo que se realiza en el ejemplo que estamos considerando.

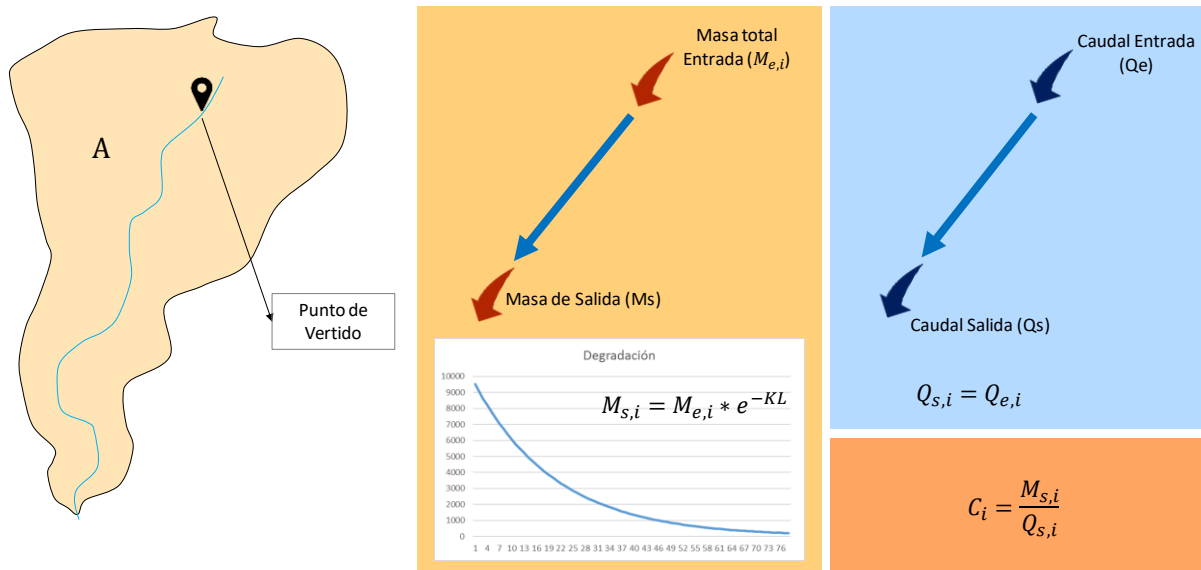


Figura 1 Esquema simplificado de cálculo para una masa de agua

Como en este caso, solo se modela una masa de agua, el caudal de entrada es igual a la aportación intercuenca (Q_{gen}) sin que haya caudal proveniente de masas de aguas arriba. Además, al no haber incluido demandas, el caudal de salida de la masa de agua será igual al de entrada.

$$Q_{entr} = Q_{gen}$$

$$Q_{sal} = Q_{entr}$$

De igual forma la cantidad de contaminante que llega a la masa de agua es únicamente el de la cuenca propia. La carga de contaminante de salida de la masa será igual a la masa de entrada degradada según una cinética de primer orden.

$$M_{entr} = M_{gen}$$

$$M_{sal} = M_{entr} * e^{-KL}$$

$$M_{sal} = 38125 * e^{-0.00772*7.5} = \mathbf{35981,32 \text{ kg/mes}}$$

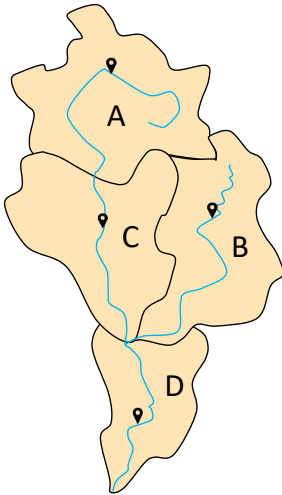
Por último, se calcula la concentración de salida de la masa de agua como la masa de salida dividido por el caudal de salida.

$$C_i = \frac{35981.32 * 10^3 \text{ gr/mes}}{10^7 \text{ m}^3/\text{mes}} = \mathbf{3,598 \text{ g/m}^3}$$

EJEMPLO 2. VARIAS CUENCAS

En este segundo ejemplo se aborda el caso de varias masas de agua de tipo río. Al igual que el primer ejemplo se ha modelado un único contaminante. En la siguiente figura se puede ver la topología del sistema.

Como se puede ver se modelan cuatro masas de agua A, B, C y D. Los datos utilizados para el modelo se encuentran en la siguiente tabla.



Red de flujo. En primer lugar, se debe definir la red de flujo de las masas de agua a modelar. La información necesaria para definir la red es un código de masa, el código de la masa a la que vierte y el orden (0 para cabecera, 1 para las masas de aguas abajo de las de cabecera, etc.)

Las aportaciones intercuenca de cada masa de agua (hm³/mes). En este ejemplo se considera un único mes de cálculo por lo que solo es necesario una aportación por cada masa de agua.

Carga mensual de entrada del contaminante modelado total (kg/mes). El dato por introducir es la carga de contaminación que se genera en la cuenca de la masa de agua.

Constante de degradación. Se ha establecido una constante de degradación igual en todas las masas de agua de 0.2 d⁻¹.

Código de la masa	Vierte a	Orden	Longitud (km)	APO mensual intercuenca (hm ³ /mes)	Carga entrada (Kg/mes)	K deg (d ⁻¹)
A	C	0	7.500	10.00	38125	0.2
B	D	0	6.750	8.25	19825	0.2
C	D	1	3.450	5.35	4575	0.2
D	0	2	5.875	6.78	48800	0.2

Tabla 2. Datos del ejemplo 2.

El cálculo se realiza de aguas arriba a aguas abajo. En primer lugar, se calcula el caudal de entrada a cada masa de agua. Este será igual a la aportación intercuenca más el de las masas de agua inmediatamente aguas arriba. Al no haber incluido demandas no se tiene en cuenta detracciones de caudal.

$$Q_{s,i} = Q_{gen,i} + \sum_{j=1}^n Q_{s,j}(j \rightarrow i)$$

En la siguiente tabla se recogen los balances de caudal entre las diferentes masas de agua.

Código de la masa	Vierte a	Orden	APO mensual intercuenca (hm ³ /mes)	Caudal de aguas arriba (hm ³ /mes)	Caudal de Entrada (hm ³ /mes)
A	C	0	10.00	0	10
B	D	0	8.25	0	8.25
C	D	1	5.35	10	15.35

D	0	2	6.78	23.6	30.38
----------	----------	----------	-------------	-------------	--------------

Tabla 3. Balance de caudales en las masas de agua del ejemplo 2

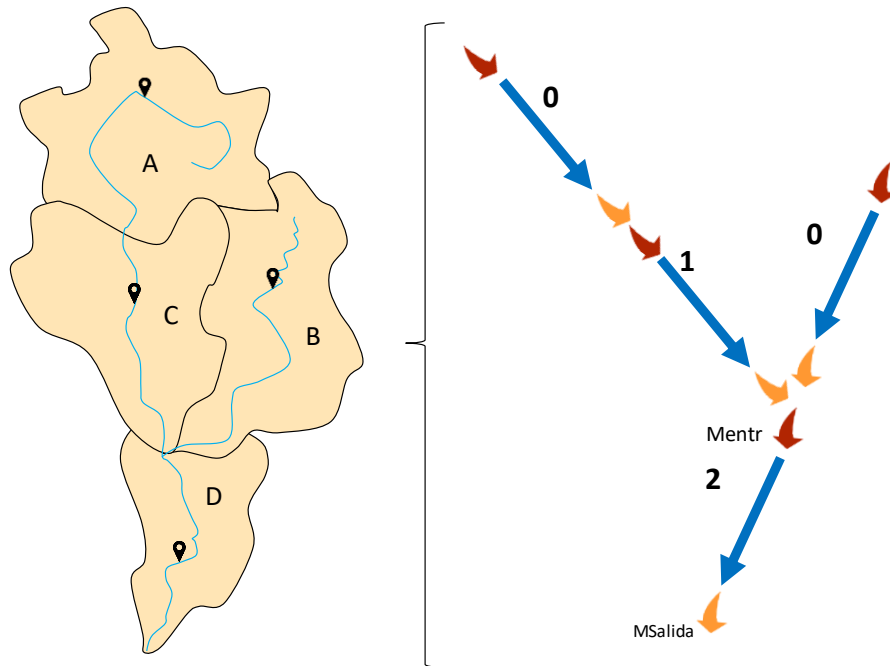


Figura 2. Esquema del balance de caudales y masa en el sistema modelado.

Seguidamente se calcula el balance de masa del contaminante teniendo en cuenta que a cada masa le llega contaminación generada en la propia cuenca y proveniente de las masas inmediatamente ubicadas aguas arriba.

$$M_{e,i} = M_{gen,i} + \sum_{j=1}^n M_{s,j}(j \rightarrow i)$$

Dentro de la masa de agua hay una degradación de contaminante siguiendo una cinética de primer orden.

$$M_{s,A} = M_{e,A} * e^{-KL}$$

Código de la masa	L(km)	Carga generada (kg/mes)	Carga Aguas Arriba (kg/mes)	Carga Entrada (kg/mes)	Carga Salida (Kg/mes)
A	7.500	38125	0	38125	$38125 * e^{-0.00772*7.500} = \mathbf{35981}$
B	6.750	19825	0	19825	$19825 * e^{-0.00772*6.750} = \mathbf{18819}$
C	3.450	4575	35981	40556	$40556 * e^{-0.00772*3.450} = \mathbf{39491}$
D	5.875	48800	58309	107110	$107110 * e^{-0.00772*5.875} = \mathbf{102363}$

Tabla 4. Cálculo de la masa contaminante en las diferentes masas de agua. Nota: para una mayor claridad de la tabla las cifras se han redondeado a número enteros.

Por último, se calcula la concentración de salida de cada masa dividiendo la masa de contaminante entre el caudal:

$$C_i = \frac{M_{s,i}}{Q_{s,i}}$$

Tabla 5 Resultados modelo RREA, Ejemplo 2

Código de la masa	Carga de Salida (kg/mes)	Caudal Salida (hm ³ /mes)	Concentración Salida C_i (g/m ³)
A	35981	10	3.60
B	18819	8.25	2.28
C	39491	15.35	2.57
D	102363	30.36	3.37

EJEMPLO 3. VARIAS CUENCAS CON DEMANDAS

El objetivo de este ejemplo es mostrar el cálculo cuando hay demandas que afectan a las masas de agua. Hay que tener en cuenta que las demandas reducen el caudal, pero por otro lado detraen carga contaminante de la masa de agua. Para desarrollar este ejemplo se parte del caso anterior y se consideran, como se aprecia en la siguiente tabla, diferentes demandas que afectan a las masas de agua.

Código de la masa	L (km) o V (hm ³)	Carga entrada M _{gen,i} (kg/mes)	Demandas (hm ³ /mes)	K degr (d ⁻¹)	APO mensual intercuenca (hm ³ /mes)
A	7.500	38125	2.25	0.2	10.00
B	6.750	19825	3.35	0.2	8.25
C	3.450	4575	1.35	0.2	5.35
D	5.875	48800	2.78	0.2	6.78

Tabla 6. Datos del modelo del ejemplo 3.

En la siguiente figura se aprecia un esquema de cálculo del sistema hídrico incluyendo las demandas.

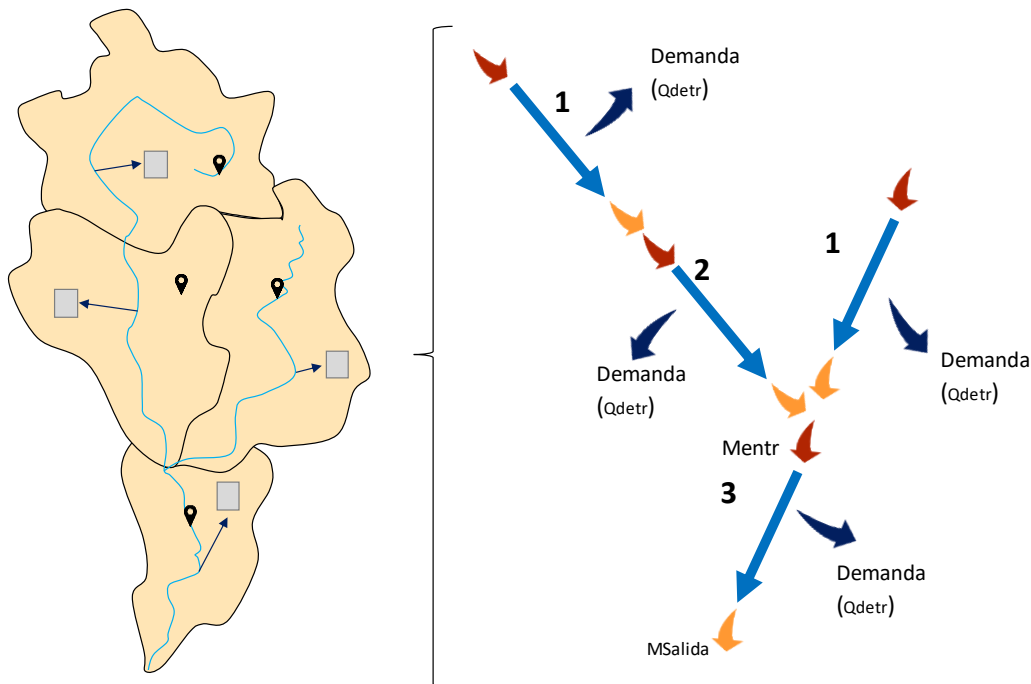


Figura 3 Esquema simplificado del modelo RREA, Ejemplo 3

El cálculo del caudal de entrada es similar al caso anterior teniendo en cuenta la aportación que se genera en la cuenca y la de aguas arriba.

$$Q_{e,i} = Q_{gen,i} + \sum_{j=1}^n Q_{s,j}(j \rightarrow i)$$

Sin embargo, para calcular el caudal de salida de cada masa de agua es necesario detraer la demanda (Q_{detr}). El caudal de salida de la masa de agua deberá ser igual o superior a cero.

$$Q_{s,i} = \text{Max}(0; Q_{e,i} - Q_{detr,i})$$

Código de la masa	Vierte a	Orden	APO intercuenca (hm ³ /mes) $Q_{gen,i}$	Demanda $Q_{detr,i}$	Caudal de aguas arriba (hm ³ /mes)	Caudal de Salida (hm ³ /mes) $Q_{s,i}$
A	C	0	10.00	2.25	0	$10 + 0 - 2.25 = \mathbf{7.75}$
B	D	0	8.25	3.35	0	$8.25 + 0 - 3.35 = \mathbf{4.9}$
C	D	1	5.35	1.35	7.75	$5.35 + 7.75 - 1.35 = \mathbf{11.75}$
D	0	2	6.78	2.78	16.65	$6.78 + 16.65 - 2.78 = \mathbf{20.65}$

Tabla 7. Cálculo de caudales en las masas de agua del ejemplo 3.

En cuanto a la estimación de la masa de contaminante inicialmente se sigue el mismo método que en el caso de sin demandas en donde la cantidad de contaminante que llega se calcula como la suma de la carga del contaminante que se genera en la cuenca de la masa de agua y la que proviene de aguas arriba.

$$M_{e,i} = M_{gen,i} + \sum_{j=1}^n M_{s,j}(j \rightarrow i)$$

Una vez que se ha calculado esta variable se corrige eliminando la parte de contaminante que detrae la demanda de agua.

$$M_{e\text{ corregida},i} = M_{e,i} * \left[1 - \frac{Q_{detr,i}}{Q_{e,i}}\right]$$

Seguidamente, la carga de salida será igual a la carga de entrada corregida con una degradación de una cinética de primer orden:

$$M_{s,A} = M_{e\text{ corregida},i} * e^{-KL}$$

Tabla 8 Cálculo cargas de salida, Ejemplo_03

Código de la masa	$M_{gen,i}$ (kg/mes)	$Q_{e,i}$ (hm ³ /mes)	$M_{e\text{ corregida},i}$ (kg/mes)	Carga Salida $M_{s,i}$ (kg/mes)
A	38125	10.00	$38125 * \left(1 - \frac{2.25}{10}\right) = \mathbf{29546.8}$	$26546.8 * e^{-0.00772 * 7.500} = \mathbf{27885.5}$
B	19825	8.25	$19825 * \left(1 - \frac{3.35}{8.25}\right) = \mathbf{11774.8}$	$11774.8 * e^{-0.00772 * 6.750} = \mathbf{11177.3}$
C	4575	13.10	$(4575 + 27885.5) * \left(1 - \frac{1.35}{13.1}\right) = \mathbf{29115.35}$	$29115.35 * e^{-0.00772 * 6.750} = \mathbf{28350.52}$
D	48800	23.43	$(39527.8 + 48800) * \left(1 - \frac{2.78}{23.43}\right) = \mathbf{77847.6}$	$107110 * e^{-0.00772 * 6.750} = \mathbf{74397.4}$

Por último, se calcula la concentración de salida de cada masa:

$$C_i = \frac{M_{s,i}}{Q_{s,i}}$$

Tabla 9 Resultados modelo RREA, Ejemplo 3

Código de la masa	Carga de Salida (kg/mes)	Caudal salida (hm ³ /mes)	Concentración Salida C_i (g/m ³)
A	27885.5	10	3.6
B	11177.3	8.25	2.3
C	28350.5	13.10	2.4
D	74397.4	23.43	3.6

EJEMPLO 4. CAUDALES OBSERVADOS

El objetivo de este ejemplo es mostrar el cálculo del modelo cuando se utiliza la opción de corrección de caudal por caudal observado. El programa RREA está pensado para aplicar a grandes escalas espaciales por lo que los errores en los balances hídricos se irán trasladando hacia aguas abajo. Para evitar este problema en algunos puntos concretos de la cuenca se puede cambiar el caudal estimado en una masa de agua por un caudal real medido en una estación de aforo. En la siguiente figura se muestra un caso en donde en un punto determinado se dispone de caudales aforados.

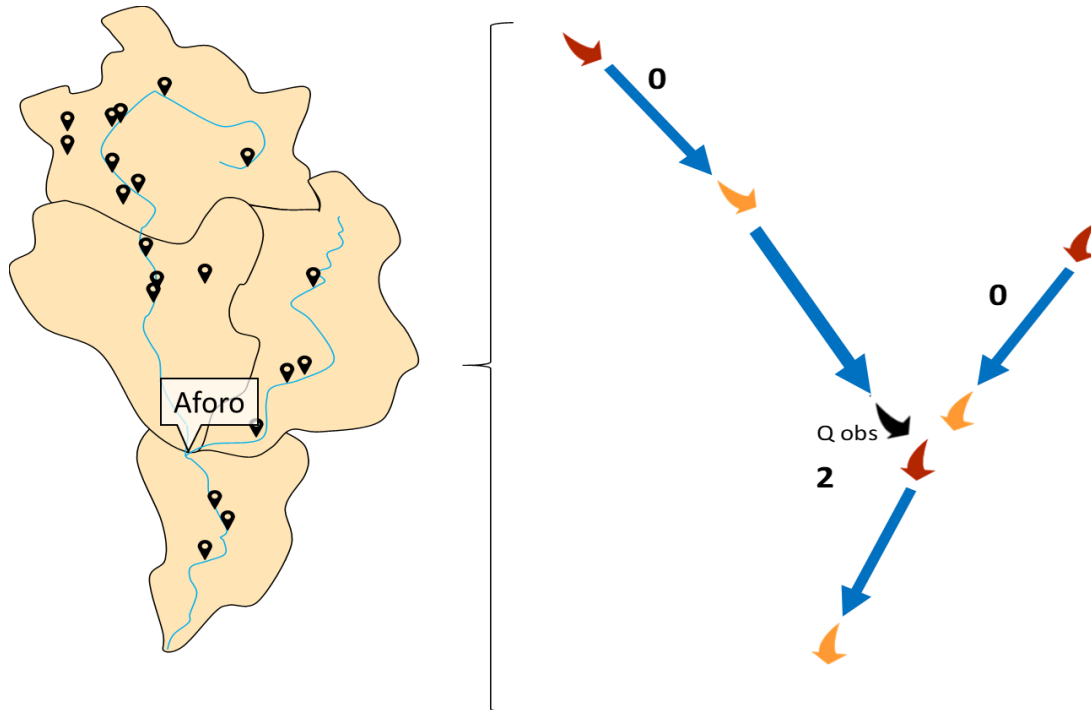


Figura 4 Esquema simplificado RREA, Ejemplo

El ejemplo que se propone parte del caso 3 y se modifica el caudal de la masa de agua C. Se dispone de un caudal medido con un valor de $5 \text{ hm}^3/\text{mes}$. En la siguiente tabla se recogen los datos del modelo.

Código de la masa	L (km)	Carga entrada $M_{\text{gen},i}$ (kg/mes)	K degr (d^{-1})	APO intercuenca (hm^3/mes)	Q_{obs} (hm^3/mes)
A	7.500	38125	0.2	10.00	-
B	6.750	19825	0.2	8.25	-
C	3.450	4575	0.2	5.35	5
D	5.875	48800	0.2	6.78	-

Tabla 10. Datos del ejemplo con caudales observados

La principal diferencia entre el presente ejemplo y el resto es la existencia de una estación de aforo en la masa C. Al incluir un caudal observado de salida en la masa C, el modelo omite el cálculo tradicional del caudal de salida Q_{sal} y asume directamente que el caudal de salida en dicho punto es igual al observado. De esta forma, se corrige el balance.

Código de la masa	APO (hm ³ /mes)	Vierte a	Orden	Caudal de Salida (hm ³ /mes)
A	10.00	C	0	10 + 0 = 10
B	8.25	D	0	8.25 + 0 = 8.25
C	5.35	D	1	5
D	6.78	0	2	6.78 + 5 + 8.25 = 20.03

Tabla 11. Cálculos de caudal para el caso de caudal observado

Como se puede ver la corrección de caudal afectará a la masa de agua en cuestión y a las de aguas abajo.

En cuanto a la carga contaminante una vez calculada la carga de entrada esta se corrige para que la concentración de entrada en la masa de agua se mantenga. Esto se hace multiplicando la carga de entrada por el cociente entre el caudal observado y el inicialmente calculado.

$$M_{e \text{ corregida},i} = M_{e,i} * \left[\frac{Q_{obs,i}}{Q_{e,i}} \right]$$

En la siguiente tabla se recoge un resumen de los cálculos.

Código de la masa	Carga generada (kg/mes)	L (km)	Carga acumulada (kg/mes)	Carga después de Q _{obs}	Carga Salida (kg/mes)
A	38125	7.500	0	-	38125 * e ⁻ 0.00772 * 7.500 = 35981
B	19825	6.750	0	-	19825 * e ⁻ 0.00772 * 6.750 = 18819
C	4575	3.450	40556.3	40556.3 * $\frac{5}{15.35}$ = 13210.5	13210.5 * e ⁻ 0.00772 * 3.45 = 12863.5
D	48800	5.875	804842.4	-	804842.4 * e ⁻ 0.00772 * 5.875 = 76915.4

Tabla 12. Cálculo de la masa de contaminante para el caso de caudal observado.

Por último, se calcula la concentración de salida de cada masa en donde ya se ha tenido en cuenta la corrección de caudal.

$$C_i = \frac{M_{s,i}}{Q_{s,i}}$$

Tabla 13 Resultados modelo RREA, Ejemplo 4

Código de la masa	Carga de Salida (kg/mes)	Caudal Salida (hm ³ /mes)	Concentración Salida C _i (g/m ³)
A	35981	10	3.60
B	18819	8.25	2.28
C	12863.5	5	2.57
D	76915.4	20.03	3.37

EJEMPLO 5. MODELACIÓN DE UN EMBALSE

En este ejemplo se plantea un caso de una sola masa de agua de tipo embalse. Dicha masa de agua está afectada por un vertido de 250000 hab eq, asumiendo una carga nominal de 60 g/hab*d, la carga de entrada mensual es de 457500 kg/mes (*Nota: no se consideran reducciones por tratamientos del vertido u otros posibles factores*).

A continuación, se muestran los datos de caudal, volumen medio y constante de degradación empleados para el cálculo de la carga de salida del embalse.

Tabla 14 Datos del ejemplo 5

Caudal (hm ³ /mes)	7.5
Volumen medio (hm ³)	275
K degr (d ⁻¹)	0.05
Carga Entrada	457500

Para el primer mes de la simulación el programa asume que la concentración inicial del embalse es la misma que la de entrada. Por ello:

$$C_o = \frac{M_e}{Q * 1000} = \frac{457500}{7.5 * 1000} = 61 \text{ g/m}^3$$

En el resto de los meses la concentración inicial será la calculada en el mes anterior.

Seguidamente se calcula la variable auxiliar α de la siguiente forma:

$$\alpha = \frac{Q}{V} + K = \frac{7.5}{275} + 0.05 * 30 = 1.52 \text{ mes}^{-1}$$

Partiendo de este cálculo se estima la concentración a final de mes con la siguiente fórmula:

$$C = C_o * e^{-\alpha t} + \frac{M_e}{V\alpha} (1 - e^{-\alpha t})$$

Sustituyendo por los datos del ejemplo:

$$C = 61 * e^{-1.52} + \frac{457500}{275 * 1.52 * 1000} (1 - e^{-1.52}) = 14.098 \text{ g/m}^3$$

Esta concentración sirve como resultado de la masa de agua y como concentración inicial para el siguiente mes.

En caso de que aguas abajo hubiera otra masa de agua la cantidad de masa que se aporta aguas abajo se calcularía multiplicando la concentración obtenida por el caudal de salida. Se asume que el caudal de salida es igual al de entrada menos la posible demanda de agua.

EJEMPLO 6: MODELACIÓN DE UN EMBALSE CON VOLÚMENES OBSERVADOS

Por último, se considera el caso en que se utiliza la opción de un volumen observado en el embalse. Esta opción se puede utilizar para estimar, con una mayor fiabilidad, las diferentes posibles concentraciones que se pueden dar en el embalse. Para ello se parte del ejemplo anterior, pero se simulan doce meses, todos con el mismo caudal de aportación. Se activa el módulo de volumen observado y se definen los siguientes valores de volumen.

Mes de la simulación	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Volumen Obs. (hm ³)	275	275	275	275	125	100	75	200	250	50	25	100

El cálculo es similar al ejemplo anterior, pero en cada mes se utiliza el volumen definido en el archivo de volúmenes observados.

Para cada mes se calcular un valor de coeficiente α y de concentración a final de mes. La siguiente tabla recoge los resultados obtenidos:

Mes	Vol Obs. (hm ³)	Landa (mes ⁻¹)	Co (g/m ³)	Cf (g/m ³)	Masa del contaminante aguas abajo (kg/mes)
1	275.00	1.53	61.00	14.10	105731.41
2	275.00	1.53	14.10	3.91	29352.94
3	275.00	1.53	3.91	1.70	12769.11
4	275.00	1.53	1.70	1.22	9168.31
5	125.00	1.56	1.22	2.11	15825.16
6	100.00	1.58	2.11	2.74	20551.83
7	75.00	1.60	2.74	3.60	26970.12
8	200.00	1.54	3.60	1.94	14556.73
9	250.00	1.53	1.94	1.36	10180.19
10	50.00	1.65	1.36	4.74	35558.48
11	25.00	1.80	4.74	9.27	69523.74
12	100.00	1.58	9.27	4.22	31667.85